Theoretische Chemie
Prof. Dr. Uwe Manthe

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Chemie I

1. Gegeben sei die Menge der Funktionen

$$\mathbb{V} = \{f : [0, 2\pi] \to \mathbb{R}; f(x) = c_1 + c_2 \sin(x) + c_3 \sin(2x); c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{R}\}.$$

Mit der punktweisen Addition von Funktionen ($(f + g)(x) = f(x) + g(x)$) und der skalaren Multiplikation ($(cf)(x) = cf(x), c \in \mathbb{R}$) bildet diese Menge einen Vektorraum.

(a) Welche der folgenden Funktionen sind Elemente von $\mathbb{V}$?

$$\begin{aligned} g(x) &= 1 \\ h(x) &= 2 + \sin(x) \\ l(x) &= 2\sin(x) \\ k(x) &= 5\sin^2(x) + 3 \\ m(x) &= 2\sin(x)\cos(x) \end{aligned}$$

(b) Zeigen Sie, dass für beliebige $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ die Funktion $\alpha g + \beta h + \gamma l$ ein Element von $\mathbb{V}$ ist.

(c) Sind die Funktionen $\{g, h, l\}$ linear unabhängig?

(d) Geben Sie eine Basis von $\mathbb{V}$ an und bestimmen Sie die Komponenten von g, h und l in dieser Basis.

(e) Welche Dimension hat der Vektorraum $\mathbb{V}$?

Hausaufgabe:

2. Gegeben seien die komplexen Zahlen $z_1 = -1 + i\sqrt{3}$ und $z_2 = e^{i\cdot\pi/3}$.

(a) Stellen Sie z_1 in der Form $z_1 = re^{i\phi}, r > 0$, sowie z_2 in der Form $z_2 = x + iy$ dar.

(b) Berechnen Sie folgenden Zahlen: $|z_1|, |z_2|, z_1^*, \mathrm{Re}(z_2), z_1 z_2, \mathrm{Re}\left(\frac{z_1}{z_2}\right), |z_1 + z_2|^2$.

(c) Skizzieren Sie z_1, z_2 sowie die entsprechenden konjugiert komplexen Zahlen z_1^*, z_2^* in der komplexen Zahlenebene.