

## Übungen zur Vorlesung Mathematik II für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Bestimmen Sie die Inversen folgender Matrizen:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \text{ und } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 5 & -9 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

2. Gegeben sei das lineare Gleichungssystem (LGS)

$$\begin{array}{rccccrcr} 2x_1 & + & 4x_2 & & & & = & 0 \\ x_1 & + & x_2 & - & x_3 & & = & 0 \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 0 \\ & & & & x_3 & + & \alpha x_4 & = & 1 \end{array} \quad (*)$$

mit dem Parameter  $\alpha \in \mathbb{R}$ . Stellen Sie fest, für welche Werte  $\alpha \in \mathbb{R}$  das LGS nicht eindeutig lösbar ist (Begründung!), und geben Sie für alle anderen Werte die Lösung an. (Hinweis: Die Lösung hängt parametrisch von  $\alpha$  ab.)

3. Gegeben sei die Matrix  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Diagonalisieren Sie  $\mathbf{A}$  und geben Sie Eigenwerte, Transformationsmatrix und inverse Matrix an.

**Zusatzaufgaben:**

5. Gegeben seien die Matrizen  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 8 & -2 & -3 \\ -5 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 2 \\ \alpha & \alpha & 3 \\ \alpha & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- (a) Berechnen Sie die Inverse der Matrix  $\mathbf{A}$
- (b) Für welche Werte von  $\alpha \in \mathbb{R}$  ist die Matrix  $\mathbf{B}$  invertierbar? Bestimmen Sie die zugehörigen Inversen.

6. Gegeben seien  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda & 1 - \lambda^2 & -1 - \lambda \\ 2 & 1 & \lambda \\ 1 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$  und  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

- (a) Für welche Werte  $\lambda \in \mathbb{R}$  ist das homogene lineare Gleichungssystem  $\mathbf{Ax} = \mathbf{0}$ 
  - i. eindeutig lösbar,
  - ii. mehrdeutig lösbar,
  - iii. unlösbar?

Wie lautet die allgemeine Lösung  $\mathbf{x}$  in den Fällen i) und ii)?

- (b) Für welche Werte  $\lambda \in \mathbb{R}$  ist das inhomogene lineare Gleichungssystem  $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ 
  - i. eindeutig lösbar,
  - ii. mehrdeutig lösbar,
  - iii. unlösbar?

Wie lautet die allgemeine Lösung  $\mathbf{x}$  in den Fällen i) und ii)?