Theoretische Chemie
Prof. Dr. Wolfgang Eisfeld

Übungen zur Vorlesung
Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Gegeben sei die reelle Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{x^2+4x+3} & \text{für } x \geq 0 \\ \frac{1}{x^2+4x+3} & \text{für } x < 0 \end{cases}.$$

   Untersuchen Sie $f(x)$ auf Stetigkeit und bestimmen Sie die grösstmöglichen Intervalle, auf denen f stetig ist.

2. Gegeben sei die Funktion einer reellen Variablen $f(x) = (x+2) \cdot e^x$, $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R}$

   (a) Bestimmen Sie Lage und Art der stationären Punkte der Funktion.

   (b) Entwickeln Sie die Funktion um das in a) bestimmte Minimum in einer Taylorreihe bis zur Ordnung 4.

3. Berechnen Sie, falls möglich, die folgenden Integrale bzw. stellen Sie deren Nichtexistenz fest.

   (a) $\displaystyle\int x\sin(x) - x^2\sin(x)\mathrm{d}x$

   (b) $\displaystyle\int_{-1}^{2} \frac{1}{x^2}\mathrm{d}x$

   (c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{1/\sqrt{3}} x \cdot e^{-3x^2}\mathrm{d}x$

   (d) $\displaystyle\int \sin(x) \cdot e^x\mathrm{d}x$

   (e) $\displaystyle\int \cos^4(x)\mathrm{d}x$

   (f) $\displaystyle\int (\ln x)^2\mathrm{d}x$

   (g) $\displaystyle\int x\sqrt{a^2+x^2}\mathrm{d}x$

   (h) $\displaystyle\int_0^{\infty} e^{-\gamma u}\mathrm{d}u, \quad \gamma \geq 0$

   (i) $\displaystyle\int_0^1 \frac{[\ln(1+ax)]^n}{1+ax}\mathrm{d}x$

Hausaufgaben:

4. Bestimmen Sie die Taylor-Reihen um den Punkt $x_0 = 0$ und nähern Sie das Integral $\int \mathrm{d}x f(x)$ durch das Taylor-Polynom $P_n(x)$ n-ten Grades der nachfolgend aufgeführten reellen Funktionen für

   (a) $f(x) = e^{4x-2}$, $n = 3$

   (b) $f(x) = \sin(x^3 + \pi)$, $n = 3$

5. Ein Fußballstadion in Schottland hat 60 000 Plätze. Aufgrund der Sparsamkeit der Bevölkerung wird die Anzahl n der bei einem Heimspiel verkauften Karten ausschließlich durch den Preis p (in £) bestimmt:

   $n = 100\,000 - 2000p$.

   (a) Für welchen Preis p werden die maximalen Einnahmen E erzielt?

   (b) Für welchen Preisbereich $p_{min} \leq p \leq p_{max}$ sind die Einnahmen $\geq$ £1200000?

   (c) Welcher Preis maximiert die Einnahmen, wenn nicht verkaufte Karten am Spieltag zum halben Preis an Schüler und Studenten abgegeben werden (ausreichende Nachfrage vorausgesetzt)?

Rechenaufgaben:

7. Ein Chemiker möchte 2000g einer 25%igen Natronlauge herstellen. Er hat dafür 40%ige Natronlauge und Wasser zur Verfügung. Wie viel g 40%ige Natronlauge braucht er? Wie viel g Wasser muss er zu der 40%igen Natronlauge hinzufügen?

8. Formen Sie nach x um:

   (a) $x^2 = 10 - (x-2)^2$

   (b) $3x(2x+6) = 6x^2 + 9$

   (c) $\frac{x^2+4x}{2} + 2 = \frac{(x+2)^2}{4}$

   (d) $4(\frac{x}{2} - 1)^2 - x(x+5) = 3(x + \frac{1}{3})$

   (e) $\sqrt{60+4x} + 2\sqrt{x} = 30$

   (f) $x^4 - 4 = 22 - (x+\sqrt{6})^2(x-\sqrt{6})^2$

Lösungen von Zettel 12:

8. Es sind 10 kg Zink und 25 kg Kupfer in 35 kg des Messings enthalten.

9. (a) $\frac{6}{17}$

   (b) $\frac{5}{4}$

   (c) $\frac{5}{6}$

   (d) $\frac{11}{150}$

   (e) $\frac{49}{12}$