

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Differenzieren Sie die folgenden reellen Funktionen $f(x)$:

(a) $\frac{4}{(1-2x)^2}$

(b) $\log_x t$

(c) $\sqrt{x} \cdot \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3}$

(d) $\sqrt{1+2x}$

(e) $\frac{1}{\sqrt{1+2x}}$

(f) $\sin^2(ax)$

(g) $\cos[(ax)^2]$

(h) $\left(\frac{1}{x} + \cos x\right)^2$

(i) $\frac{1}{1+\tan x}$

(j) $\tan\left(\frac{a}{x}\right)$

(k) x^x .

2. Gegeben ist die reelle Funktion f mit $f(x) = |x| \cdot x$.

(a) Bilden Sie die erste und zweite Ableitung von $f(x)$.

(b) Skizzieren Sie den Graphen der Funktion und den ihrer Ableitungen.

(c) Wie lautet die dritte Ableitung von f (Diskussion!).

3. Bestimmen Sie die stationären Punkte der Funktion f mit

$$f(x) = e^x - x \text{ und } x \in \mathbb{R}.$$

Handelt es sich um Minima, Maxima oder Sattelpunkte?

4. Bestimmen Sie, falls möglich, die stationären Punkte folgender Funktionen:

(a) $f(x) = \frac{7x+5}{x^2+4x+3}$ mit $\mathcal{D}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3, -1\}$,

(b) $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$ mit $\mathcal{D}(f) = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$.

Hausaufgaben:

5. Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden reellen Funktionen nach der jeweils angegebenen Variablen:

(a) $f(y) = y^{2y}$

(b) $V(r) = D[1 - e^{-a(r-r_0)}]^2$

(c) $F(x) = \ln\left(\frac{1}{1+\cos(x)}\right)$

(d) $h(s) = e^{-2s^2}$

(e) $v(x) = \sqrt[5]{x^3}$

(f) $G(z) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

(g) $g(y) = \log_4(y)$

(h) $H(t) = \exp(4t^3 - 2t^2)$

(i) $p(x) = \frac{1}{a-x^2}$

Rechenaufgaben:

6. Eine Chemikerin addiert zum Zähler von $\frac{7}{20}$ eine Zahl und subtrahiert dieselbe Zahl vom Nenner. Sie erhält einen Bruch, der die Zahl $\frac{4}{5}$ darstellt. Welche Zahl hat die Chemikerin genommen?
7. Der griechische Mathematiker und Philosoph Pythagoras soll auf die Frage, wie viele Schüler er habe, geantwortet haben: „Die Hälfte studiert Mathematik, ein Viertel Physik, ein Siebtel lernt das Schweigen, und der Rest sind drei kleine Jungen.“ Wie viele Schüler hatte er?
8. In Norddeutschland wurde die Größe von Bauernhöfen früher in preußischen Morgen angegeben. 400 preußische Morgen hatten die Größe von 1 km². Wie lang ist die Seite eines Quadrates mit einem Flächeninhalt von einem preußischen Morgen?
9. Bestimmen Sie die Lösungsmenge.

$$\begin{aligned} \frac{3+4x}{5x} = 1 & \quad \frac{u+1}{u} = \frac{6+u}{6u} \\ \frac{2}{x^2-4x+4} = \frac{3}{x^2-4} & \quad \frac{2x+1}{3x+3} = \frac{7}{6(x+1)} + \frac{x}{2x+2} \\ x(x-3) + (x-4)(4-x) = -16 & \quad x^4 - 29x^2 = -100 \end{aligned}$$

Lösungen von Zettel 9:

7. Der Kreis hat einen Radius von 7 cm, einen Durchmesser von 14 cm und einen Flächeninhalt von $49\pi\text{cm}^2$.
8. Der Term kann als $\sin^2(\alpha)$ ausgedrückt werden.
9. Der Term kann als $\frac{1}{\cos^2(\alpha)}$ ausgedrückt werden.
10. $-\sqrt{3}\sin(\alpha) \quad \frac{\sqrt{3}+1}{2}(\sin(\alpha) + \cos(\alpha)) \quad -\sin(\alpha) \quad \sin(\alpha)$