Theoretische Chemie
Prof. Dr. Wolfgang Eisfeld

Übungen zur Vorlesung
Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Zerlegen Sie folgende Polynome in die Linearfaktoren:
   $P(z) = 2z^4 + 2z^3 - 22z^2 + 2z - 24, \quad z \in \mathbb{C}, \quad z_1 = \mathrm{i}$
   $f(x) = 2x^4 - 20x^2 + 18, \quad x \in \mathbb{R}.$

2. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von
   $\dfrac{1}{x(x-3)^2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \dfrac{z^3 - 2z^2 - 1}{(z-1)^2(z^2+1)}, \quad z \in \mathbb{C}.$

3. Gegeben sind die Polynome $P(z) = 2z^6 + z^5 + 12z^3 - 7z^2 + 5z - 2$ und
   $Q(z) = 2z^5 - z^4 + 2z^3 - z^2, \quad z \in \mathbb{C}.$
   (a) Schreiben Sie $Q(z)$ als Produkt von Linearfaktoren.
   (b) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $P(z)/Q(z)$.

4. Schreiben Sie Zähler und Nenner folgender Funktionen als Produkte von Linearfaktoren und vereinfachen Sie die Funktionen gegebenenfalls.
   $y = \dfrac{x^3 - 6\,x^2 + 11\,x - 6}{x^2 - 5\,x + 4}; \qquad y = \dfrac{x^4 - 1}{x^4 - 7\,x^2 + 6\,x}$

Hausaufgaben:

5. Zerlegen Sie die folgenden Polynome mit der bekannten Nullstelle z_1 in Linearfaktoren:
   (a) $P(z) = z^3 + 8z^2 - 4z - 32, \quad z_1 = 2$
   (b) $Q(z) = z^3 - z^2 - 17z - 15, \quad z_1 = -3$
   (c) $R(z) = z^3 - 8z^2 - 11z + 18, \quad z_1 = 1$
   (d) $S(z) = z^3 - 4z^2 - 7z + 10, \quad z_1 = 5$

Rechenaufgaben:

6. Welche reellen Zahlen kommen infrage,
   (a) wenn man zu 17 eine Zahl addiert, das Ergebnis verdoppelt und man mehr als 25 erhält?
   (b) wenn man zum fünffachen einer Zahl 24 addiert und man weniger als das dreifache der Zahl erhält?
   (c) wenn man mehr für das Subtrahieren der Zahl von 40 erhält, als wenn man das siebenfache der Zahl bildet und das Ergebnis um 8 vermindert?

7. Bestimmen Sie die Lösungsmengen für folgende Ungleichungen mit $x \in \mathbb{R}$.
$48x + 14 < 60x - 46$ $\quad 3(x-2) + 4 > 4(x-3)$ $\quad 5(2+3x) - 21 > 7(2-5x)$
$\frac{1}{2}(x-4) + \frac{3}{4}(x+24) < 16$ $\quad x^2 - 17x > -220$ $\quad 3x^2 + 3x - 2 \leq 0$ $\quad \frac{1}{5}x^2 + 2x \geq -5$
$7x^2 < 7x - 7$

Lösungen von Zettel 7:

8. (a) Das gefaltete Papier ist nach achtmaligem Falten 2,56 cm dick.
   (b) Nach zehnmaligem Falten beträgt die Dicke erstmals mindestens 10,24 cm.

9. (a) $\log_{10}(a) + \log_{10}(b) + \log_{10}(c)$
   (b) $3\log_a(x)$
   (c) $2 + \log_a(b) + \log_a(c)$
   (d) $\log_{10}(3) + \log_{10}(a) - 1 - \log_{10}(b)$
   (e) $\frac{3}{2}\log_a(u) + \frac{1}{2}\log_a(v) + \frac{5}{2}\log_a(w)$