

Übungen zur Vorlesung Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Zerlegen Sie folgende Polynome in die Linearfaktoren:

$$P(z) = 2z^4 + 2z^3 - 22z^2 + 2z - 24, \quad z \in \mathbb{C}, \quad z_1 = i$$

$$f(x) = 2x^4 - 20x^2 + 18, \quad x \in \mathbb{R}.$$

2. Bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{1}{x(x-3)^2}, \quad x \in \mathbb{R}, \quad \frac{z^3 - 2z^2 - 1}{(z-1)^2(z^2+1)}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

3. Gegeben sind die Polynome $P(z) = 2z^6 + z^5 + 12z^3 - 7z^2 + 5z - 2$ und

$$Q(z) = 2z^5 - z^4 + 2z^3 - z^2, \quad z \in \mathbb{C}.$$

(a) Schreiben Sie $Q(z)$ als Produkt von Linearfaktoren.

(b) Berechnen Sie die Partialbruchzerlegung von $P(z)/Q(z)$.

4. Schreiben Sie Zähler und Nenner folgender Funktionen als Produkte von Linearfaktoren und vereinfachen Sie die Funktionen gegebenenfalls.

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 11x - 6}{x^2 - 5x + 4}; \quad y = \frac{x^4 - 1}{x^4 - 7x^2 + 6x}$$

Hausaufgaben:

5. Zerlegen Sie die folgenden Polynome mit der bekannten Nullstelle z_1 in Linearfaktoren:

(a) $P(z) = z^3 + 9z^2 + 2z - 48, \quad z_1 = -3$

(b) $Q(z) = z^3 + 5z^2 + 2z - 8, \quad z_1 = -2$

(c) $R(z) = z^3 - 9z^2 + 23z - 15, \quad z_1 = 3$

(d) $S(z) = z^3 + 4z^2 - 4z - 16, \quad z_1 = 2$

Rechenaufgaben:

6. Welche reellen Zahlen kommen infrage,
- (a) wenn man zu 17 eine Zahl addiert, das Ergebnis verdoppelt und man mehr als 25 erhält?
 - (b) wenn man zum fünffachen einer Zahl 24 addiert und man weniger als das dreifache der Zahl erhält?
 - (c) wenn man mehr für das Subtrahieren der Zahl von 40 erhält, als wenn man das siebenfache der Zahl bildet und das Ergebnis um 8 vermindert?
7. Bestimmen Sie die Lösungsmengen für folgende Ungleichungen mit $x \in \mathbb{R}$.
- $$48x + 14 < 60x - 46 \quad 3(x - 2) + 4 > 4(x - 3) \quad 5(2 + 3x) - 21 > 7(2 - 5x)$$
- $$\frac{1}{2}(x - 4) + \frac{3}{4}(x + 24) < 16 \quad x^2 - 17x > -220 \quad 3x^2 + 3x - 2 \leq 0 \quad \frac{1}{5}x^2 + 2x \geq -5$$
- $$7x^2 < 7x - 7$$

Lösungen von Zettel 7:

8. (a) Das gefaltete Papier ist nach achtmaligem Falten 2,56 cm dick.
(b) Nach zehnmaligem Falten beträgt die Dicke erstmals mindestens 10,24 cm.
9. (a) $\log_{10}(a) + \log_{10}(b) + \log_{10}(c)$
(b) $3 \log_a(x)$
(c) $2 + \log_a(b) + \log_a(c)$
(d) $\log_{10}(3) + \log_{10}(a) - 1 - \log_{10}(b)$
(e) $\frac{3}{2} \log_a(u) + \frac{1}{2} \log_a(v) + \frac{5}{2} \log_a(w)$