Theoretische Chemie
Prof. Dr. Wolfgang Eisfeld

Übungen zur Vorlesung
Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz bzw. Divergenz. Welche der konvergenten Reihen sind nicht absolut konvergent?

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{p}{2^{2p}} \qquad \sum_{n=2}^{\infty} \frac{n+1}{n^3} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$$

2. Für welche $x \in \mathbb{R}$ konvergieren die folgenden Reihen?

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \ (k+1) \ x^k \qquad \sum_{k=0}^{\infty} (3x)^{2k+1} \qquad \sum_{k=0}^{\infty} k! \ x^k$$

3. Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung von e^{2x} und geben Sie den Konvergenzradius der Reihe an.

4. Gegeben ist die unendliche Reihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}.$$

Zeigen Sie, dass die Reihe konvergiert.

Hausaufgaben:

5. Bestimmen Sie, ob die Reihen absolut konvergent sind.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+\mathrm{i}n^2} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n\pi) + \mathrm{i} \cdot \sin(n\pi)}{n e^{\mathrm{i}n\pi}} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(n^4)}{e^n}$$

6. Bestimmen Sie, ob die Reihen konvergent sind.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)^5} \qquad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left(n - \sqrt{n^2-1}\right) \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n - \frac{n^2}{2}}$$

Hinweis: $\sqrt{a-1} - \sqrt{b-1} \geq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ für $a > b \geq 1$.

7. Berechnen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe und geben Sie an, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Reihe damit konvergiert (mit $a \in \mathbb{R}$).

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^2} (x-0.5)^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} 2^{-2n} x^n \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2n^2} (x-a)^n$$

Rechenaufgaben:

8. Eine Chemikerin ist in einem Sportverein. Der Verein hat 600 Mitglieder. 20 Prozent aller Mitglieder sind Jugendliche. Wie viele Jugendliche sind das?

9. Ein Chemiker hat in der Reisezeit B, innerhalb der eine Fahrt nur 40 Prozent des Preises verglichen zu Reisezeit A kostet, seine Verwandten besucht und für die Fahrt 120 Euro bezahlt. Wie viel hätte er bezahlen müssen, wenn er in der Reisezeit A gefahren wäre?

10. Ein Chemiker bezahlte für sein Labor bisher eine Miete von 2000 Euro, die nun auf 2280 Euro erhöht wurde. Um wie viel Prozent ist die Miete erhöht worden?

11. Kürzen Sie soweit möglich.

$$\frac{10e}{10e+2f} \qquad \frac{2x^2(y+z)}{6x(z+y)} \qquad \frac{r^2+2rs+s^2}{r^2-s^2} \qquad \frac{3x-6}{x^2-4x+4}$$

$$\frac{u^2vw^2}{u^3+u^2} \qquad \frac{e+f}{3e^2}\cdot\frac{ef}{3e+3f} \qquad \frac{2a+2b}{c+d}\cdot\frac{4c+4d}{a^2+2ab+b^2} \qquad \frac{9x}{77y}\cdot\frac{x}{6y}\cdot\frac{11y^2}{18x^3}$$

Lösungen von Zettel 5:

7. Sie haben sich um 16.00 Uhr jeweils 12 km von Warendorf beziehungsweise Münster entfernt getroffen.

8. Er ist 24 Jahre alt und sein Bruder ist 15 Jahre alt.

9. Das Volumen des Zylinders beträgt $22000\pi\text{cm}^3$, die Mantelfläche $2200\pi\text{cm}^3$ und der Oberflächeninhalt $3000\pi\text{cm}^3$

10. a) $\dfrac{6g^5}{g^{10}-h^{10}}$ b) 0 c) $\dfrac{1}{a^{12}(a-b)^2}$ d) $a^2b^2x^4y^2$

11. a) $\dfrac{7a\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)}{a^2-b^2}$ b) $\dfrac{1+\sqrt{1-g}}{g}$ c) $\dfrac{k\left(\sqrt{2k}-4\sqrt{3m}\right)}{k-24m}$ d) $\dfrac{\left(2\sqrt{y}-3\sqrt{z}\right)^2}{4y-9z}$