Theoretische Chemie
Prof. Dr. Wolfgang Eisfeld

Übungen zur Vorlesung
Mathematik I für Studierende der Chemie und Biochemie

1. Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Mengen
   (a) $\mathbb{M}_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid \quad |z+2| < 2\}$
   (b) $\mathbb{M}_2 = \left\{ z \in \mathbb{C} \,\middle|\, z \neq 1 \wedge \left| \frac{z+1}{z-1} \right| < 1 \right\}$
2. Vier verschiedene Substituenten sollen an vier verschiedenartige Molekülgerüstplätze angelagert werden. Wie viele Moleküle lassen sich so bilden?
3. Wie viele Arten der Anordnung von 12 Kugeln auf 16 verschiedene Körbe gibt es, wenn
   (a) die Kugeln ununterscheidbar sind und in jedem Korb nur eine Kugel Platz hat,
   (b) die Kugeln ununterscheidbar sind und beliebig viele Kugeln in einem Korb sein können?
4. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei n Würfen eines Würfels
   (a) keine Sechs,
   (b) immer eine Fünf,
   (c) genau eine Vier,
   (d) genau zweimal Drei,
   (e) höchstens zweimal eine Zwei,
   (f) mindestens zweimal eine Sechs,
   (g) genau einmal eine Sechs und einmal eine Eins zu erzielen?
5. Ein Skatspiel besteht aus 32 Karten. Die drei Mitspieler erhalten je ein „Blatt“ aus 10 Karten.
   (a) Wie viele verschiedene „Blätter“ sind möglich?
   (b) Wie viele verschiedene „Spiele“ (Kartenkombinationen aller 3 Spieler) sind möglich?
   (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sich im Skat (die nach der Verteilung von je 10 Karten an drei Spieler übrigen Karten) wenigstens einer der vier Buben befindet?

Hausaufgaben:

6. Lösen Sie folgende Gleichungen:

   (a) $z^3 = -\frac{i}{2}$ (b) $z^2 = \frac{1}{i^3}$ (c) $z^2 = 1 + \sqrt{3} \cdot i$

   Schreiben Sie alle Lösungen in der Form $z = x + \mathrm{i}y$.

   Benutzen Sie die Identitäten in der folgenden Tabelle:

$n =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$\cos\left(\frac{n\pi}{12}\right)$	1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	0	$\frac{-\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{-\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
$\sin\left(\frac{n\pi}{12}\right)$	0	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	1	$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

   Außerdem gilt:

   $\sin(\alpha + \pi) = -\sin(\alpha)$

   $\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha)$

7. Jedes der acht d–Elektronen des Nickel–Atoms kann genau eines von 10 verschiedenen Spinorbitalen der 3d–Schale besetzen. Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, die acht Elektronen auf diese Orbitale zu verteilen?

8. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei n Würfen eines k-seitigen Spielwürfels (mit $k > 14$ und k gerade)

   (a) keine Sieben,

   (b) nie eine gerade Zahl,

   (c) genau eine Fünf,

   (d) genau fünfmal eine Acht,

   (e) mindestens zweimal eine Sechs,

   (f) genau einmal eine Eins sowie genau einmal eine Zwei

   zu erzielen?

Rechenaufgaben:

9. Weltweit wurden 1992 etwa $5,6 \cdot 10^{11}$ Hühnereier produziert. Wie viel km hoch ist der Stapel, wenn man sie sich in die üblichen 10er-Packungen (Höhe 6 cm) abgepackt und diese aufeinander geschichtet denkt?

10. Marina addiert zum Zähler und zum Nenner des Bruches $\frac{3}{5}$ dieselbe Zahl. Sie erhält einen Bruch, der wieder die Zahl $\frac{3}{5}$ darstellt. Welche Zahl hat Marina addiert?

11. Aus Leonard Eulers "Vollständiger Anleitung zur Algebra":
    20 Personen, Männer und Frauen, besuchen ein Gasthaus. Ein Mann gibt 8 Groschen, eine Frau 7 Groschen aus und die ganze Zeche beläuft sich auf 6 Reichsthaler. Nun ist die Frage, wie viele Männer und Frauen es sind.
    Hinweis: Ein Reichsthaler war in 24 Groschen unterteilt.

12. Vereinfachen Sie.

    (a) $(a-b)^2\,(a^2+b^2-2ab)$

    (b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{\sqrt[3]{4^9}}}$

    (c) $b^{t+h} \cdot (s-r) - b^{t+h} \cdot s + b^{t+h} \cdot r + \left(b^t + b^h\right)(s-r)$

    (d) $\frac{\left((a+b)^3\right)^4}{(a^2+2ab+b^2)^6}$

    (e) $\frac{a^{-4}b^5}{x^{-3}y^{-2}} \cdot \frac{x^{-2}y^{-1}}{a^{-3}b^6}$

    (f) $\frac{a\sqrt{ax}-x\sqrt{ax}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}$

    (g) $\sqrt{\sqrt[3]{8}+\sqrt[4]{16}}$

    (h) $\frac{\left(81a^{-6}b^{10}\right)^{-4}}{(27a^8b^{-14})^{-3}}$

Lösungen von Zettel 2:

7. (a) Die beiden Zahlen sind 2 und 8.
   (b) Es gibt zwei Möglichkeiten für die beiden Zahlen: -6 und -5 sowie 7 und 8.
   (c) Dies gilt für die Zahlen $\frac{1}{7}$ und $-\frac{1}{7}$.

8. Die beiden Seiten des Rechtecks sind 11 cm und 14 cm lang.

9. Das Eselchen trug 5 Pfund, des Esleins Mutter 7 Pfund.

10. a) $\mathbb{L} = \{5\}$ b) $\mathbb{L} = \{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{5}; \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{5}; -\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\sqrt{13}; -\frac{1}{6}-\frac{1}{6}\sqrt{13}\}$
    c) $\mathbb{L} = \{-1; 9\}$ d) $\mathbb{L} = \{\frac{5}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{6}; \frac{5}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{6}\}$ e) $\mathbb{L} = \{1; 2\}$
    f) $\mathbb{L} = \{2\}$ g) $\mathbb{L} = \{-3; -2; 2; 3\}$ h) $\mathbb{L} = \{-3\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}; 3\sqrt{2}\}$