

Mechanik

Zugversuch

Durchgeführt am 22.05.06

Dozent:
Dr. Udo Werner
Sarah Dierk

Praktikanten (Gruppe 1):
Marcus Boettiger
Marius Schirmer

Inhaltsverzeichnis

1	Korrektur	1
2	Ziel des Versuchs	2
3	Theorie	2
4	Versuchsaufbau und Durchführung	3
4.1	Aufbau	3
4.2	Durchführung	3
4.3	Aufgabe 1: Kalibrierprobe	4
4.4	Aufgabe 2: Überprüfung der Reproduzierbarkeit	4
4.5	Aufgabe 3: Verschiedene Materialien und Durchmesser	5
4.5.1	Verschiedene Durchmesser, gleiches Material	6
4.5.2	Verschiedene Materialien, gleiche Durchmesser	8
4.6	Aufgabe 4: Messung verschiedener kommerzieller Proben	10
5	Fehlerrechnung	12

1 Korrektur

Die folgende Tabelle vergleicht die berechneten Elastizitätsmodule von Messing, Konstantan, Chrom-Nickel, Chrom-Stahl und Plastik mit den Literaturwerten.

Stoff	Elastizitätsmodul [$\frac{N}{mm^2}$]	
	berechneter Wert	Literaturwert(Wikipedia/Kuchling)
Messing	19098,5±687,68	78 000 bis 123 000
Konstantan	32370±653,57	166000
	34420±646,76	166000
	29465±638,31	166000
Chrom-Nickel	27196±654,35	200000
Messing(kommerziell)	83270±695,73	78 000 bis 123 000
Chrom-Stahl(kommerziell)	6111±652,13	210000
Plastik(kommerziell)	560000±704,86	keine Angabe

Tabelle 1: Vergleich der berechneten Elastizitätsmodule mit den Literaturwerten

Die berechneten Elastizitätsmodule stimmen auch mit dem Fehlerbereich so gut wie nie mit den Literaturwerten überein. Lediglich die kommerzielle Probe von Messing hat ein brauchbares Ergebnis geliefert. Eine große Fehlerquelle ist hier sicherlich auch, dass man dem Graphen den elastischen Bereich zuordnen muss. Einem ungeschulten Auge fällt diese Aufgabe sicherlich nicht besonders leicht. Bei Chrom-Stahl ist dieser Bereich sicher ganz falsch gewählt worden da hier die größte Abweichung überhaupt ist.

2 Ziel des Versuchs

Bei diesem Versuch sollen verschiedene Werkstoffe auf ihre elastischen Eigenschaften hin überprüft werden.

3 Theorie

Wird eine Kraft auf einen Körper ausgeübt, so wird dieser verformt. Ist diese Verformung reversibel, der Körper geht beim entfernen der Kraft wieder in seinen alten Zustand zurück, so spricht man von *elastischer Verformung*. Ist der Körper dagegen irreversibel deformiert nennt man es plastische Verformung. Bei einem Draht mit der Querschnittsfläche A und der Länge l nennt man die Kraft, welche auf die Fläche wirkt Zug- oder Druckkraft. Daraus folgt die Kraft pro Fläche, Zug- oder Druckspannung genannt.

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (1)$$

Durch die Spannung wird eine Längenänderung hervorgerufen für die relative Längenänderung ϵ wird als Dehnung oder Stauchung bezeichnet und es gilt:

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} \quad (2)$$

Für eine geringe Verformung gilt außerdem das *Hooksche Gesetz*:

$$\sigma = E\epsilon \quad (3)$$

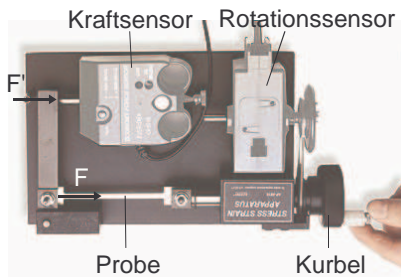
Wobei E das Elastizitätsmodul ist und abhängig von dem verwendeten Material ist. Wird die elastische Verformung überschritten, so kommt es zuerst zum plastischen *Fließen* bis der Draht schließlich reißt.

Bei der Verformung gibt es natürlich auch eine Volumenänderung welche durch die *Poissonsche Zahl* η beschrieben wird, welche das Verhältnis aus der relativen Verkleinerung des Durchmessers und der Dehnung darstellt.

$$\eta = \frac{\Delta d}{d} \frac{l}{\Delta l}$$

4 Versuchsaufbau und Durchführung

4.1 Aufbau



Quelle: <http://store.pasco.com/>

Abbildung 1: Versuchsaufbau

Der Versuch besteht aus einem *Stress Strain Apparatus* der die Messdaten an einen Computer überträgt. Die zu untersuchenden Proben werden zwischen zwei Muttern eingeklemmt, so dass sie nicht verrutschen können. Um die Kraft auf den Körper auszuüben gibt es eine Kurbel mit einer Übersetzung bei der eine Umdrehung einem Millimeter Dehnung entspricht. Daher ist die Längenänderung Proportional zur Anzahl der Umdrehungen. Die Kraft wird über einen Hebel für welchen $F = 5F'$ gilt auf einen Kraftsensor übertragen. Dieser arbeitet mit einem Piezokristall und darf deshalb nicht mit über 60 N belastet werden. Der Sensor überträgt die Daten an den Computer welche

mit dem Programm *Science Workshop* ausgewertet werden. Dafür muss man die Belegung der Eingänge entsprechend einstellen. Dann muss man noch die Eigendehnung der Apparatur erfassen, indem man eine Kalibrierprobe, welche über den gemessenen Bereich nahezu keine Ausdehnung hat, einspannt eine Kurve der Kraft über die Steckle aufnimmt. Diese Kurve zieht man später von den gemessenen Werten ab um auf die eigentliche Dehnung der Körper zu kommen.

4.2 Durchführung

Um die Eingangsbelegung einzustellen 'zieht' man den *Digitalstecker* auf *Eingang 1*, wählt Rotationssensor und stellt die Eichung auf *mm*, lineare Eichung - Abstand 1.0cm - Teilung 2000. Danach 'zieht' man den *Analogstecker* auf *Eingang A* und wählt Kraftsensor aus. Damit das Programm einen Graphen ausgibt 'zieht' man das Graph-Symbol auf Eingang 1 und die ändert die Einheit der x-Achse auf Kraft. Analog geht das ganze um eine Tabelle zu erhalten. Bei dieser Tabelle sollte man unter Spaltenoption jedoch die *lineare Entfernung in mm* auswählen und nicht wie im Script beschrieben die Umdrehungszahl.

4.3 Aufgabe 1: Kalibrierprobe

Die folgende Abbildung zeigt den Graphen der Kalibrierprobe bei dem die Zugkraft F auf die Längenänderung ΔL abgetragen wird. Dabei sieht man, dass sich das Gerät erst ab einer Kraft von ca. $10N$ ausdehnt

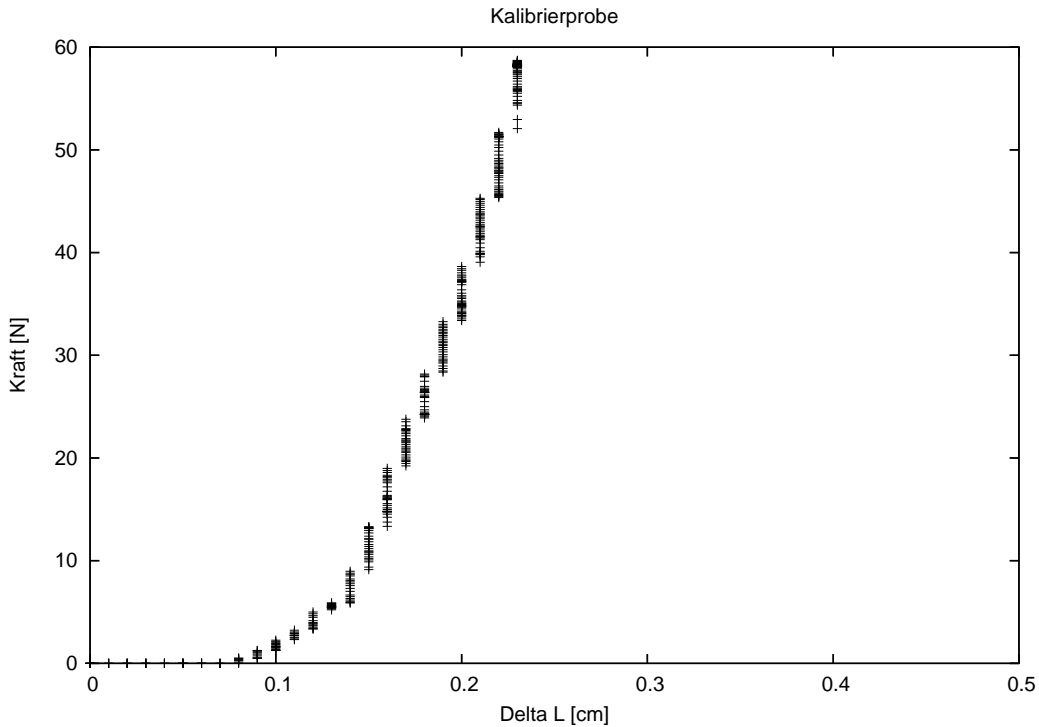


Abbildung 2: Kalibrierprobe

4.4 Aufgabe 2: Überprüfung der Reproduzierbarkeit

Hier haben wir uns für einen Messingdraht mit Durchmesser $d = 0.5mm$ entschieden. Die Drähte hatten jeweils eine Länge von $l_1 = 8.9cm$, $l_2 = 8.9cm$ und $l_3 = 8.8cm$ wobei wir eine Messungenauigkeit $\Delta l = 0.1cm$ angenommen haben. Die Wahl des Drahtes war leider nicht die geschickteste, da es bei diesem Draht nicht zu einem Bruch kommt und man darüber noch nichts aussagen kann. Jedoch zeigt die folgende Abbildung, dass die Werte für die drei Messingdrähte recht gut übereinstimmen. Bei dieser Reihe hatten wir außerdem noch eine Probe die recht schnell gerissen ist. Das lag aber vermutlich daran, dass die Schrauben der Halterung zu stark angezogen wurden und den Draht schon vorher beschädigt haben. Daher haben wir ihn nicht in die Messreihen aufgenommen. Außerdem kommt man hier nicht über eine Kraft von $10N$ deshalb müssen die Kurven nicht mit der Kalibrierprobe geeicht werden.

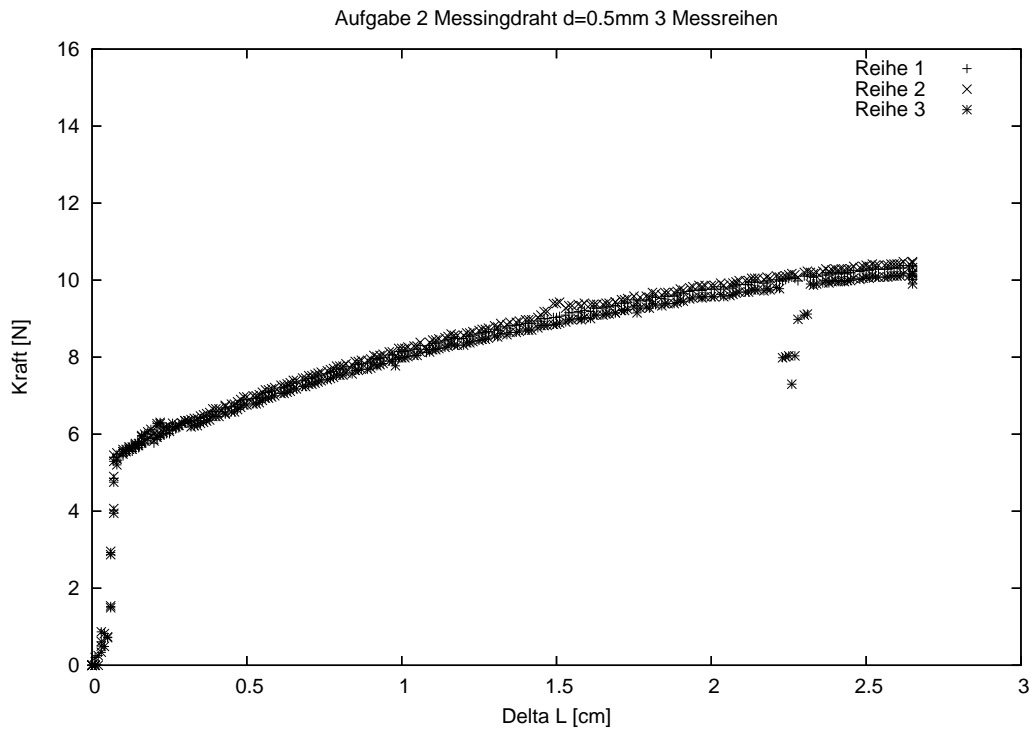


Abbildung 3: Reproduzierbarkeit

4.5 Aufgabe 3: Verschiedene Materialien und Durchmesser

Im folgenden Teil sollten einerseits für Proben gleichen Materials unterschiedliche Durchmesser überprüft werden und zweitens für Drähte welche zwar den gleichen Durchmesser haben, aber aus unterschiedlichen Materialien bestehen, die Graphen abgetragen werden. Es galt außerdem, das Elastizitätsmodul, den elastischen und den plastischen Bereich zu bestimmen.

Um das Elastizitätsmodul zu berechnen setzt man (1) in (3) ein:

$$\frac{F}{A} = E\epsilon ; \quad A = \pi \left(\frac{1}{2}d \right)^2$$

$$\Rightarrow E = \frac{F}{\epsilon \pi \left(\frac{1}{2}d \right)^2} ; \quad F = 5F'$$

Der elastische Bereich ist der lineare Teil des Graphen und der plastische der logarithmische Teil.

Für die Messreihe aus Aufgabe 2. wird exemplarisch das Elastizitätsmodul berechnet. Hierbei ist zu beachten, dass man das fünffache der Kraft aus dem Graphen nimmt, da hier ja die Kraft F' gemessen wurde.

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0.07 \text{ cm}}{8.9 \text{ cm}} = 0.008$$

Δl ist natürlich nur der elastische Bereich, also der lineare Teil des Graphen, da sonst das *Hooksche Gesetz* nicht mehr gilt.

$$E = \frac{5 \cdot 6N}{0,008 \pi (0.25mm)^2} = 19098.5 \frac{N}{mm^2}$$

Der Literaturwert für Messing liegt jedoch mit 78000 bis 123000 $\frac{N}{mm^2}$ weit von unserem Wert entfernt. Da jedoch die aufgenommenen Kurven recht gut reproduzierbar sind muss diese Divergenz durch einen systematischen Fehler zustande gekommen sein.

4.5.1 Verschiedene Durchmesser, gleiches Material

Für diesen Versuchsteil haben wir Konstantandrähte mit den Durchmessern $d_1 = 0.35mm$, $d_2 = 0.5mm$ und $d_3 = 0.7mm$ verwendet.

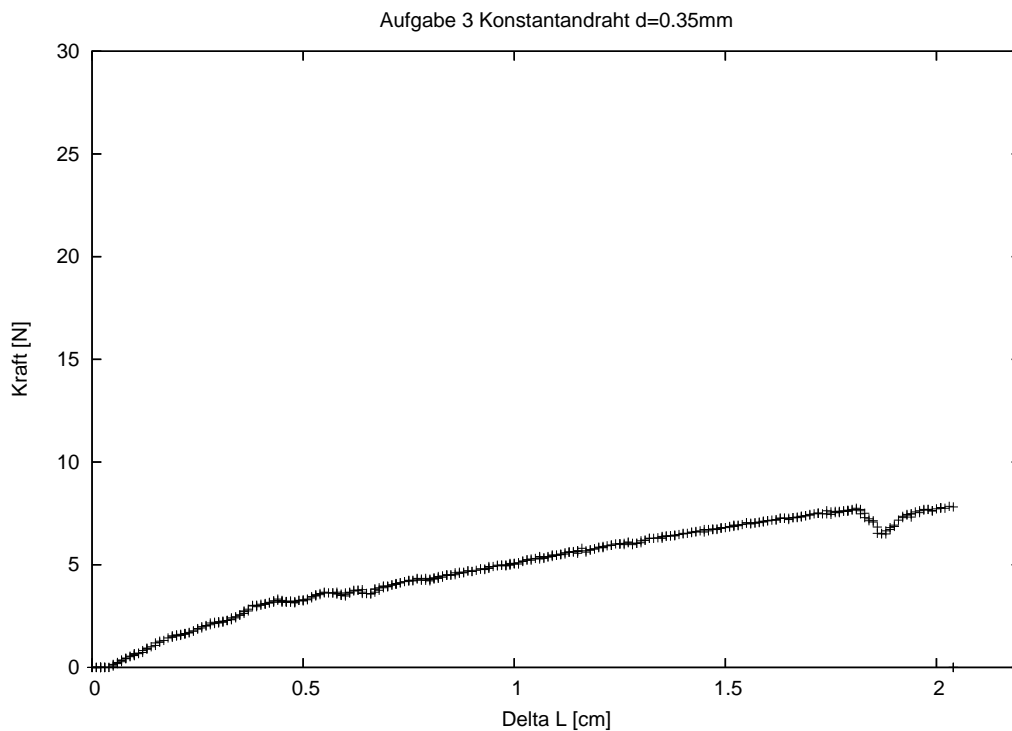
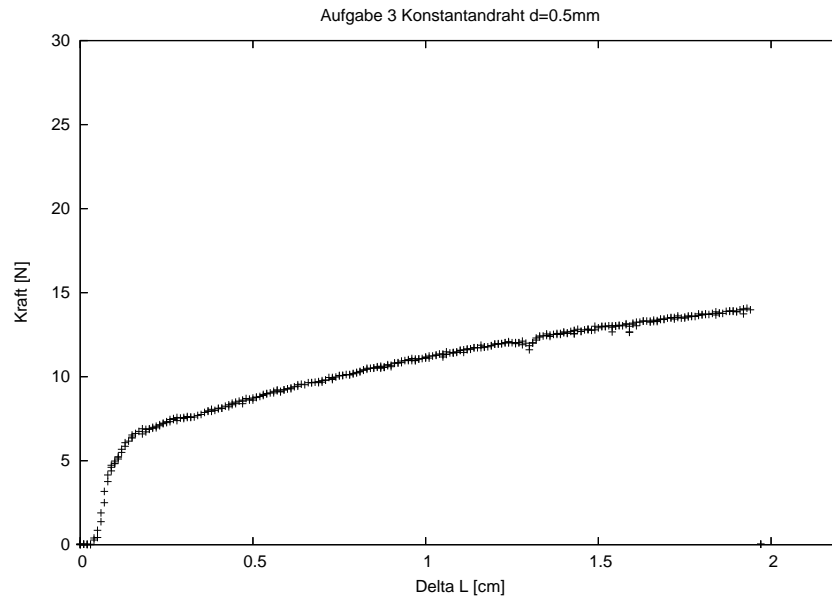
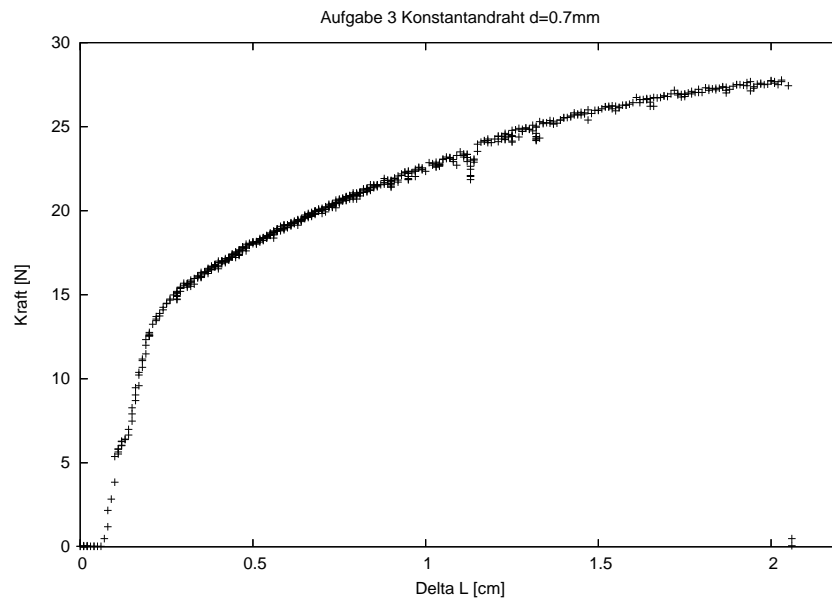


Abbildung 4: Konstantan $d = 0.35mm$

$$E_{k_{035}} = 32370 \frac{N}{mm^2}$$

Abbildung 5: Konstantan $d = 0.5 \text{ mm}$

$$E_{k_{05}} = 34420 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Abbildung 6: Konstantan $d = 0.7 \text{ mm}$

$$E_{k_{07}} = 29465 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

An den Graphen kann man sehen, dass ein stärkerer Draht auch eine größere Kraft braucht um zu reißen. Der elastische Bereich vergrößert sich dagegen nicht. Außerdem liegen die Elastizitätsmodule relativ nahe beieinander, was diese Vermutung bestätigt. Der $d = 0.35\text{mm}$ dicke Draht brach bei einer Kraft von ca. 40N . Der nächststärkere mit $d = 0.5\text{mm}$ brach bei der Kraft von ca 70N . Der stärkste Draht mit dem Durchmesser von $d = 0.7\text{mm}$ riss erst bei der Kraft von ca. 140N . Das könnte auf eine Proportionalität zwischen Durchmesser und der Kraft die zum Bruch führt hindeuten.

4.5.2 Verschiedene Materialien, gleiche Durchmesser

Hier haben wir Konstantan, Chrom-Nickel und Messing mit Durchmesser $d = 0.5\text{mm}$ als Probe für den Versuch verwendet.

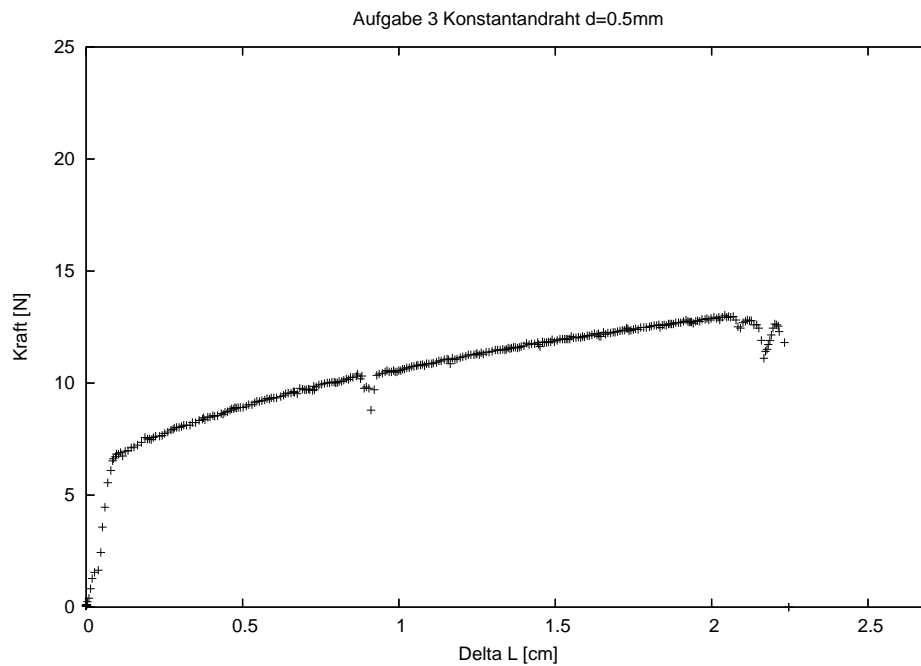
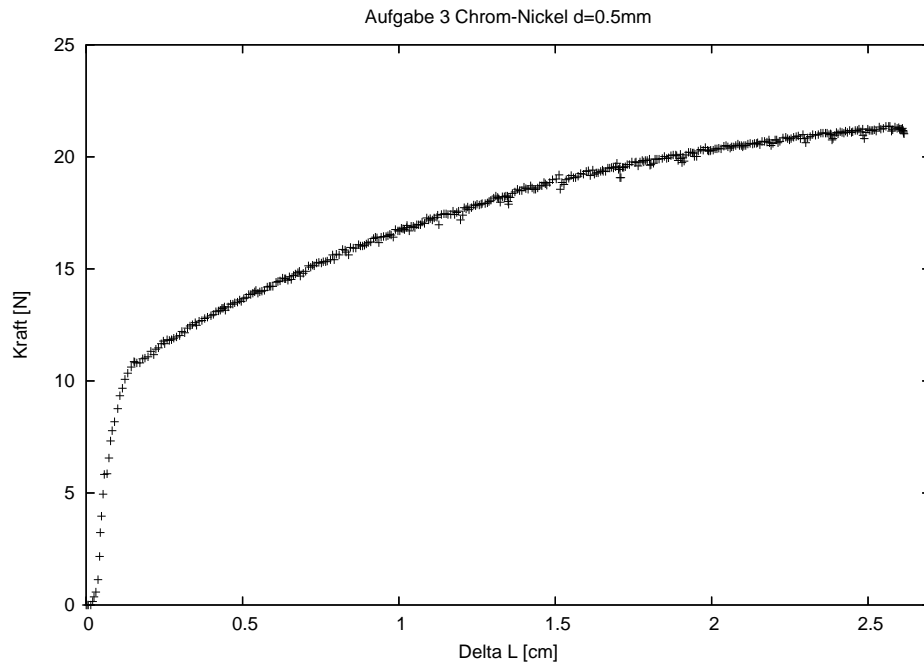


Abbildung 7: $d = 0.5\text{mm}$ Konstantan

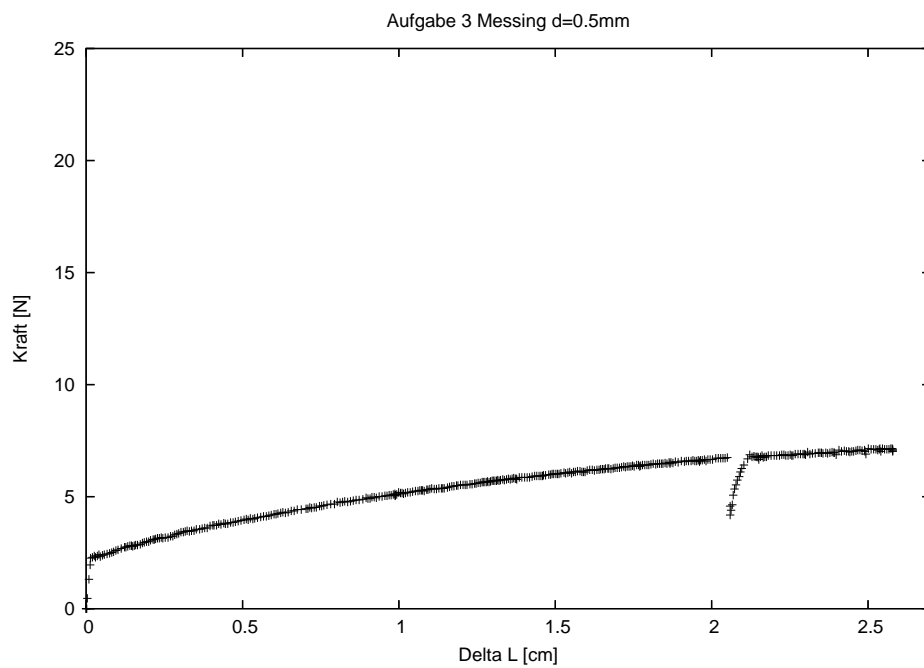
$$E_{05_k} = 32370 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Der plastische Bereich beginnt bei dieser Probe bei einer Kraft von ca. 35N

Abbildung 8: $d = 0.5\text{mm}$ Chrom-Nickel

$$E_{05_{cn}} = 27196 \frac{N}{\text{mm}^2}$$

Der Chrom-Nickeldraht wird bei einer Kraft von 60N plastisch verformt.

Abbildung 9: $d = 0.5\text{mm}$ Messing

$$E_{05_m} = 19098.5 \frac{N}{mm^2}$$

Der Messingdraht beginnt schon bei einer kleinen Kraft von ca. $15N$ sich plastisch zu verformen.

Der einzige Draht der hier gerissen ist, war der Konstantandraht. Messing hingegen beginnt schon sehr früh sich plastisch zu verformen hat dafür einen sehr großen *fließen* Bereich, so dass dieser selbst bei einer Dehnung von $2.5cm$ nicht bricht. Chrom-Nickel verhält sich ähnlich dazu, jedoch bietet dieser Draht viel größeren Widerstand, so dass die ausgeübte Kraft wesentlich größer ist als bei Messing.

4.6 Aufgabe 4: Messung verschiedener kommerzieller Proben

Diese Proben sind extra für die Apperatur angefertigte Streifen und passen genau in die Halterung. Die Querschnittsfläche beträgt $4mm \cdot 0.1mm$

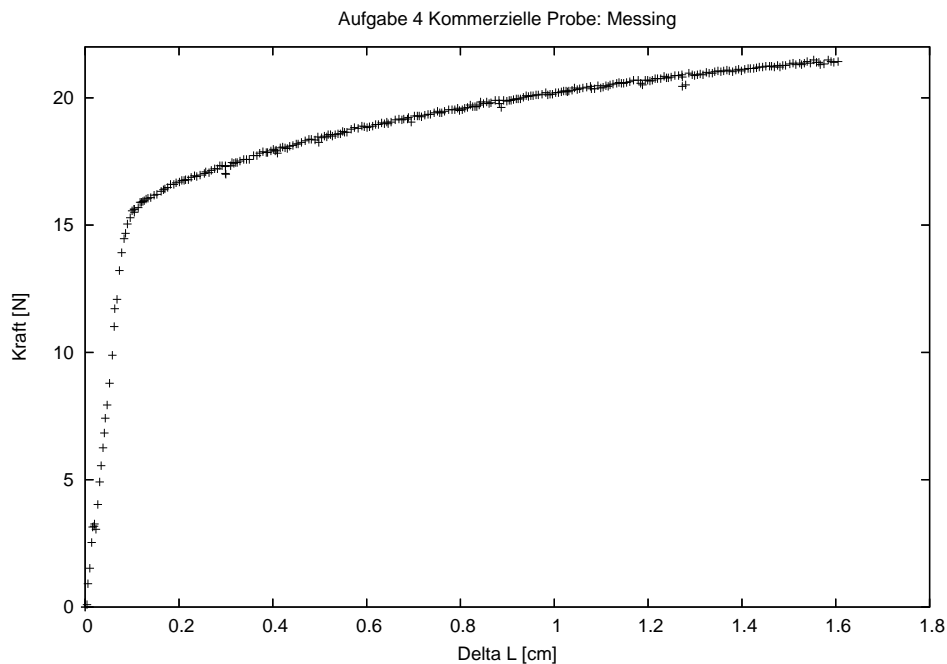


Abbildung 10: Kommerzielle Probe: Messing

$$E_m = 83270 \frac{N}{mm^2}$$

Dieses Elastizitätsmodul liegt im Bereich der Literaturwerte für Messing.

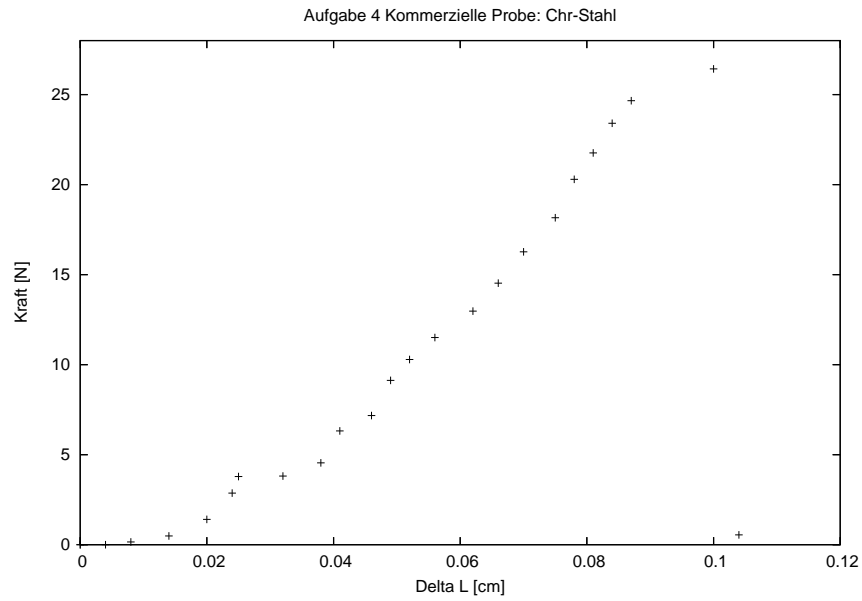


Abbildung 11: Kommerzielle Probe: Chr-Stahl

$$E_{cs} = 6111 \frac{N}{mm^2}$$

Der plastische Bereich ist hier sehr schwer zu erkennen. Wahrscheinlich fängt er bei einer Kraft von ca. $9N$ an. Jedoch reißt dieses Material erst bei einer sehr großen Kraft.

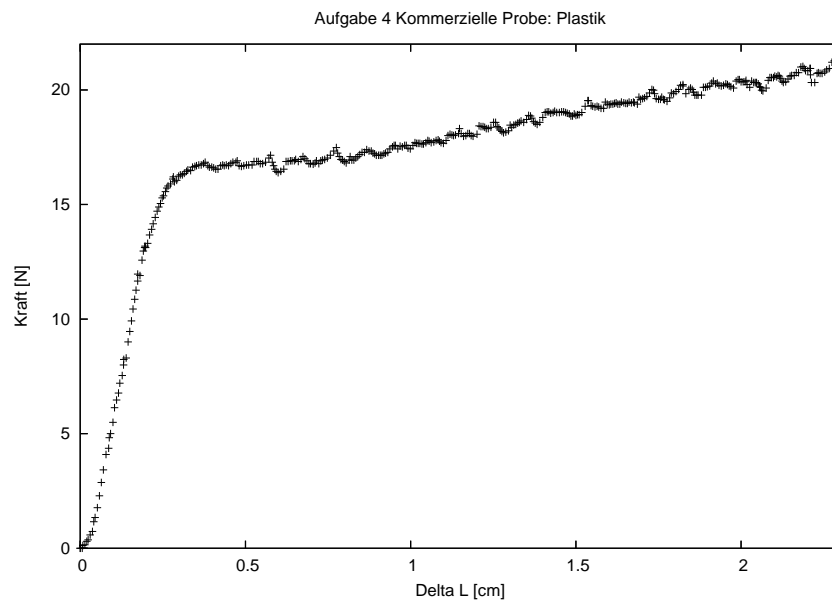


Abbildung 12: Kommerzielle Probe: Plastik

$$E_p = 560000 \frac{N}{mm^2}$$

Hier hat man ein sehr großes Elastizitätsmodul, da Plastik über einen großen Bereich elastisch Formbar bleibt. Gerissen ist diese Probe überhaupt nicht, jedoch ist uns aufgefallen, dass die Kraft mit der Zeit abnimmt auch wenn die Dehnung gleich bleibt. Daher kommen auch die Schwankungen im Graphen zustande.

5 Fehlerrechnung

Wir haben folgende statistische Fehler, die sich durch Ablesefehler oder sonstige zufällige Faktoren ergeben, geschätzt:

$$\begin{aligned} \Delta F &= 2N \\ \Delta A &= 1mm^2 \\ \Delta l &= 5mm \\ \Delta(\Delta l) &= 5mm \end{aligned}$$

Damit ergibt sich nach der Gaußschen Fehlerrechnung für das Elastizitätsmodul folgender Fehler:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial F} \Delta F\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial A} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial l} \Delta l\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial \Delta l} \Delta(\Delta l)\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{l}{A \Delta l} \Delta F\right)^2 + \left(-\frac{Fl}{A^2 \Delta l} \Delta A\right)^2 + \left(\frac{F}{A \Delta l} \Delta l\right)^2 + \left(-\frac{Fl}{A \Delta l^2} \Delta(\Delta l)\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{89mm}{0.8mm^2 \cdot 7mm} 2N\right)^2 + \left(-\frac{30N \cdot 89mm}{(0.8mm^2)^2 \cdot 7mm} 1mm^2\right)^2} \\ &\quad + \left(\frac{30N}{0.8mm^2 \cdot 7mm} 5mm\right)^2 + \left(-\frac{30N \cdot 89mm}{0.8mm^2 \cdot (7mm)^2} 5mm\right)^2} \\ \Delta &= 687.68 \frac{N}{mm^2} \end{aligned}$$

Der berechnete Fehler ist zwar sehr groß dennoch liegen nicht alle Literaturwerte der Elastizitätsmodule im Fehlerbereich sondern weichen teilweise sehr stark ab. Der Versuch bietet also keine gute Möglichkeit die Elastizitätsmodule genau zu bestimmen.

Abbildungsverzeichnis

1	Versuchsaufbau	3
2	Kalibrierprobe	4
3	Reproduzierbarkeit	5
4	Konstantan $d = 0.35mm$	6
5	Konstantan $d = 0.5mm$	7
6	Konstantan $d = 0.7mm$	7
7	$d = 0.5mm$ Konstantan	8
8	$d = 0.5mm$ Chrom-Nickel	9
9	$d = 0.5mm$ Messing	9
10	Kommerzielle Probe: Messing	10
11	Kommerzielle Probe: Chr-Stahl	11
12	Kommerzielle Probe: Plastik	11

Literatur

- [1] Horst Kuchling, Taschenbuch der Physik, Fachbuchverlag Leipzig, 18. neubearbeitete Auflage, 2004
- [2] Wolfgang Demtröder, Experimentalphysik 1, Springer Lehrbuch, viert neu bearbeitete und aktualisierte Auflage, 2005
- [3] Udo Werner, Script für das Physik-Praktikum I, Universität Bielefeld Fakultät für Physik, 2006