[K1.] Sei $\varphi(x)$ eine Formel mit der einzigen freien Variable $x$, die in der Struktur eine Menge $A$ definiert. Mit der oben definierten Substitution gilt nun Folgendes: Die Formel $[y/x]\varphi(x)$ definiert ebenfalls die Menge $A$. Verifizieren Sie dies für die Struktur des Liniennetzes anhand der Formel $\varepsilon_1(x)$.

[K2.] Es sei eine Sprache mit nur einem einstelligen Funktionszeichen $s$ gegeben. Wir wollen die Theorie der Struktur $\mathfrak{D}$, bestehend aus dem Bereich $D = \{a, b, c\}$ und der Funktion $I(s) = \{\langle a, b\rangle, \langle b, c\rangle, \langle c, a\rangle\}$ axiomatisieren. Dazu reichen die folgenden Aussagen:

1. Es gibt genau drei Elemente.
2. Die Funktion $I(s)$ ist bijektiv.
3. $I(s)$ beschreibt einen Kreis der Länge 3.

Schreiben Sie je einen Satz in der Prädikatenlogik auf, der dies ausdrückt.

[K3.] Überlegen Sie, dass in der Sprache der Ritter der Tafelrunde für jeden Ritter $r$ ein konstanter Term $t_r$ existiert, der $r$ bezeichent, dh für den $[t_r]^{\mathfrak{R},\beta} = r$ gilt für jede Belegung.

[K4.] Überlegen Sie, dass in $\mathfrak{N}$ für jede Zahl $n$ ein konstanter Term $t_n$ existiert mit $[t_n]^{\mathfrak{N},\beta} = n$. Daraus folgt, dass jede endliche Menge natürlicher Zahlen definierbar ist.