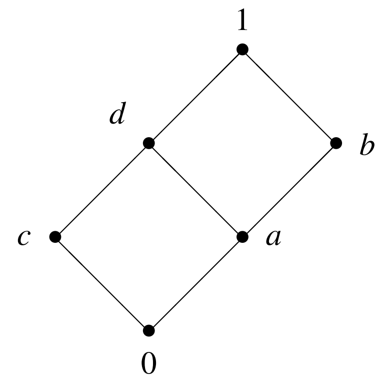
[I1.] Bestimmen Sie, welche Elemente ein Komplement besitzen.



[I2.] Es sei 2^n die Menge aller n-langen Folgen aus 0 und 1. Wir setzen $\vec{x} \leq \vec{y}$, falls für alle $i < n$ gilt: $x_i \leq y_i$. Damit ist $\langle 2^n, \leq \rangle$ eine Verbandsordnung. Zeigen Sie: der zugehörige Verband ist eine boolesche Algebra.

[I3.] (Anschlussübung an die vorige Aufgabe.) Ist $\vec{x}, \vec{y} \in 2^n$, so ist der **Hammingabstand** von $\vec{x}$ und $\vec{y}$, $d_H(\vec{x}, \vec{y})$, die Anzahl aller $i \leq n$ sodaß $x_i \neq y_i$. Zeigen Sie: die Dimension von $\vec{x}$ ist gleich $d_H(\vec{0}, \vec{x})$. (Die Dimension eines Elementes a ist wie besprochen die Länge einer (beliebigen) Kette $a_0 = 0 < a_1 < a_2 < \cdots < a_n = a$, wobei jeweils a_i unterer Nachbar von a_{i+1} ist ($i < n - 1$).)

[I4.] Es sei $h : \mathfrak{B} \to \mathfrak{C}$ ein Homomorphismus von booleschen Algebren. Zeigen Sie, dass $F := h^{-1}(1)$ eine Menge mit folgenden Eigenschaften ist. (a) $1 \in F$, (b) ist $a \in F$ und $b \in F$, so auch $a \cap b \in F$, und (c) ist $a \in F$ und $a \leq b$, so $b \in F$. (Für (c) überlege man, dass $a \leq b$ gleichbedeutend ist mit $a = a \cap b$.)