[F1.] Berechnen Sie über $\mathbb{F}_5$.

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

[F2.] Gegeben sei folgendes Gleichungssystem.

$$\begin{array}{rrr} x_1 & +2x_2 & -x_3 = 2 \\ 2x_1 & -x_1 & +3x_3 = 1 \\ -x_1 & +3x_2 & -4x_3 = 1 \end{array}$$

Geben Sie dieses Gleichungssystem als Gleichung über eine Produkt einer Matrix A mit dem Vektor $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$ wieder. Wie lautet das homogene Gleichungssystem?

[F3.] Die Matrix A der vorigen Aufgabe bestimmt eine lineare Abbildung $\mathbb{F}_5^3 \to \mathbb{F}_5^3$. Bestimmen Sie Kern und Bild dieser Abbildung.

[F4.] Bestimmen Sie das charakteristische Polynom und die Eigenwerte der folgenden Abbildung über $\mathbb{F}_5$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Hinweis. Die Nullstellen eines Polynoms kann man durch Ausprobieren finden.