[I1.] Ein Lottoziehung ist eine Ziehung von 6 Zahlen aus 49. Wie viele verschiedene Ziehungen gibt es? Angenommen, man darf 7 Zahlen tippen. Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, 6 bzw. 5 bzw. 4 richtige Zahlen getippt zu haben? (Hier ist Wahrscheinlichkeit die Anzahl der gewünschten Ergebnisse geteilt durch die Anzahl aller möglichen Ergebnisse.)

[I2.] Berechnen Sie die Anzahl der möglichen Taxifahrten von $(0,0)$ nach $(3,2)$ in einem Gitter.

[I3.] Wir betrachten eine Abstimmung, an der genau n Personen beteiligt sind; es wird ferner nur über eine Sache abgestimmt, und man darf nur mit 'ja' oder 'nein' stimmen. (Es gibt also keine Enthaltungen.) Ergebnisse der Abstimmung sind: 'ja' (mehr Ja- als Nein-Stimmen), 'nein' (mehr Nein- als Ja-Stimmen), 'unentschieden' (genauso viele Ja- wie Nein-Stimmen). Wie stark ist das Gewicht einer einzelnen Stimme? Intuitiv würde man sagen, das Gewicht sei $1/n$. Ein amerikanischer Richter namens Banzhaff wollte es genauer wissen. Er definierte das Gewicht einer Stimme als die Anzahl der Situationen, in der diese eine Stimme den Ausschlag gibt geteilt durch die Anzahl aller möglichen Situationen. Man stellt sich dabei vor, dass zunächst alle anderen Personen abstimmen und bekommt ein Ergebnis E. Dann wirft man seine Stimme in den Ring und bekommt das endgültige Ergebnis E'. Wenn $E' \neq E$, so hat die eigene Stimme den Ausschlag gegeben. Man nennt das so definierte Gewicht den **Banzhaff-Index**. Wir notieren ihn $bz(n)$. Wie groß ist $bz(7)$? Was lässt sich in Bezug auf die naive Hypothese sagen? Wenn Sie können, geben Sie eine Formel für $bz(n)$ an. *Hinweis.* Man wird nicht umhin kommen, in der Formel für $bz(n)$ zwischen geraden n und ungeraden n zu unterscheiden. Dies spiegelt sich im Übrigen auch in der Art der Ergebnisse E und E' wider.

[I4.] Man zeige, dass für die Dimension $d(x)$ eines Elements in einem distributiven Verband gilt:

$$d(x \sqcup y) = d(x) + d(y) - d(x \sqcap y)$$

Anleitung. Benutzen Sie ohne Beweis die Tatsache, dass $d(x) = \sharp\zeta(x)$, das heißt, die Dimension von x ist gleich der Anzahl der $\sqcup$-irreduziblen Elemente unterhalb von x.