

[D1.] Sagen Sie von folgenden Funktionen von den reellen Zahlen in die reellen Zahlen, ob sie injektiv, surjektiv bzw. bijektiv sind.

1. $f : x \mapsto 2^x$.
2. $f : x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$.

[D2.] Es seien $f : A \rightarrow B$ und $g : B \rightarrow C$. Zeigen Sie: ist $g \circ f$ surjektiv, so auch g .

[D3.] Ich gebe ein Beispiel dafür, dass in der vorigen Aufgabe f nicht surjektiv sein muss. Sei $A := B := C := \mathbb{N}$, $f : x \mapsto x^2$ und $g(y) := x$, falls $y = x^2$ und $g(y) := 0$, falls y keine Quadratzahl ist. Verifizieren Sie die Behauptung, indem Sie zunächst $g \circ f$ bestimmen und dann zeigen, dass dies surjektiv ist, während f nicht surjektiv ist!

[D4.] Es sei $f : x \mapsto x - 1$ und $g : x \mapsto (x + 1)^2$. Bestimmen Sie $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$ und $g \circ g$. Vereinfachen Sie die Terme, so gut es geht.