

[G1.] Zeigen Sie, dass aus  $|M| \leq |N|$  und  $|N| \leq |P|$  folgt, dass  $|M| \leq |P|$ .

[G2.] Es sei folgende Ordnung auf den Zeichenketten über den Buchstaben  $\{a, b, c, \dots, z\}$  erklärt. Es ist  $\vec{x}L\vec{y}$  wenn  $\vec{x}$  ein echtes Präfix von  $\vec{y}$  ist oder es ein  $i$  gibt, sodass  $\vec{x}(i)$  im Alphabet vor  $\vec{y}(i)$  steht, aber  $\vec{x}(j) = \vec{y}(j)$  für alle  $j < i$ . Also ist  $udoL ufo$ ,  $a\text{lm}L\text{alpen}L\text{am}$ . Dies ist die übliche lexikographische Ordnung. Zeigen Sie, dass die Ordnung linear ist. *Anleitung.* Dazu ist nötig, dass für je zwei Zeichenketten  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  gilt: entweder ist  $\vec{x} = \vec{y}$  oder  $\vec{x}L\vec{y}$  oder  $\vec{y}L\vec{x}$ .

[G3.] Zeigen Sie folgenden Sachverhalt. Ist  $\vec{x}L\vec{y}$  aber  $\vec{x}$  nicht Präfix von  $\vec{y}$ , so ist  $\vec{x}L\vec{x} \cdot aL\vec{y}$ . *Beispiel.* Sei  $\vec{x} = \text{ziehen}$ ,  $\vec{y} = \text{zielen}$ .  $\vec{x}$  ist nicht Präfix von  $\vec{y}$  aber es ist  $\vec{x}L\vec{y}$ . Es gilt nun

$\text{ziehen}L\text{ziehena}L\text{zielen}$

[G4.] Zeigen Sie, dass die folgenden Zeichenketten in  $L$  eine unendlich aufsteigende Folge gefolgt von einer unendlich absteigenden Folge darstellen:

$a, aa, aaa, aaaa, \dots, aaab, aab, ab, b$

(Verwenden Sie dazu, dass  $L$  transitiv und linear ist.)