

[C1.] Betrachten Sie die Funktionen

- $f_1 := \{\langle x, x + 1 \rangle : x \in \mathbb{N}\}$ von \mathbb{N} nach \mathbb{N} ,
- $f_2 := \{\langle x, x + 1 \rangle : x \in \mathbb{Z}\}$ von \mathbb{Z} nach \mathbb{Z} ,
- $f_3 := \{\langle x, x^2 + 1 \rangle : x \in \mathbb{N}\}$ von \mathbb{N} nach \mathbb{N} ,
- $f_4 := \{\langle x, x^2 + 1 \rangle : x \in \mathbb{Z}\}$ von \mathbb{Z} nach \mathbb{N} .

Beantworten Sie für jede der Funktionen, ob sie surjektiv bzw. injektiv sind.

[C2.] Oft spricht man von „der Funktion $f : x \mapsto x + 1$ ” und „der Funktion $f : x \mapsto x^2 + 1$ ”. Diskutieren Sie im Lichte der vorigen Aufgabe, ob diese Sprechweise korrekt ist.

[C3.] Es sei $f(x) := \sin x$ und $g(x) := x^2$ (als Funktionen von \mathbb{R} nach \mathbb{R}). Geben Sie $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$ und $g \circ g$ konkret an.

[C4.] Es sei $f = \{\langle \clubsuit, 0 \rangle, \langle \spadesuit, 0 \rangle, \langle \heartsuit, 1 \rangle, \langle \diamondsuit, 1 \rangle, \langle \circ, 1 \rangle\}$ eine Funktion nach $N = \{0, 1\}$. Was ist der Definitionsbereich M von f ? Bestimmen Sie die von f auf M induzierte Partition. Wie kann man anhand der Partition entscheiden, ob f injektiv ist? Gibt es noch eine andere Funktion g nach N , die dieselbe Partition erzeugt? Wenn ja, können Sie g angeben?