

[F1.] Lösen Sie folgendes Gleichungssystem und geben Sie die Lösung für  $X_0$ ,  $X_1$  und  $X_2$  an.

$$\begin{aligned} X_0 &= wX_0 \cup yX_1 \cup wX_2 \\ X_1 &= yX_0 \cup zX_1 \\ X_2 &= w^+X_1 \cup yX_2 \end{aligned}$$

[F2.] Finden Sie einen zweiten Lösungsweg für das obige Gleichungssystem. Sie sollten dadurch zu unterschiedlichen regulären Termen für  $X_0$ ,  $X_1$  und  $X_2$  bekommen. Was folgt daraus für die Terme der zweiten Lösung?

[F3.] Es sei die Gleichung  $X = b \cup a?X$  gegeben. Zeigen Sie, dass  $a^*(bb \cup b)$  eine Lösung ist. *Hinweis.* Offenkundig ist  $X \subseteq b \cup a?X$  für jedes  $X$  erfüllt. Umgekehrt muss also nur  $b \cup a?X \subseteq X$  gelten, was immer dann erfüllt ist, wenn  $b \cup aX \subseteq X$ . Verifizieren Sie dies für die angegebene Menge.

[F4.] Was ist die kleinste Lösung von  $X = \emptyset \cup PX$ ? Kann es noch weitere Lösungen geben, falls  $\varepsilon \in P$ ? *Hinweis.* Probieren Sie für den zweiten Teil ein einfaches Beispiel, indem Sie  $P$  speziell wählen.