

[A1.] Bestimmen Sie die Gruppe $G := \mathbb{Z}_5^\times$ mit der Multiplikation als Operation, dh bestimmen Sie die Multiplikationstafel, das neutrale Element und die Inversenfunktion.

[A2.] Es sei $G := \mathbb{Z}_5^\times$ und $H := \mathbb{Z}_4$. Zeigen Sie, dass es genau einen Homomorphismus f gibt mit $f(2_G) = 1_H$. Zeigen Sie, dass Folgendes gilt: $f(3_G) = 3_H$, $f(4_G) = 2_H$, $f(1_G) = 0_H$. Die Abbildung f ist insbesondere bijektiv. (Diese Abbildung ist ähnlich dem Logarithmus.)

[A3.] Es sei $M = \{A, B, C\}$, wobei A , B und C die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks sind. Es sei D_3 die Gruppe der Kongruenzabbildungen (ausgedrückt als Abbildungen von M auf sich). Wie viele Elemente hat diese Gruppe? Wie sieht die Multiplikationstafel aus?