

## Funktionen

Grundsätzlich wie, das, was man aus der Schule kennt! Z.B.  $f(x) = 2x$ . Hier sagen wir, dass das Element  $x$  (das Element des Definitionsbereichs ( $M$ ) ist) in einer Relation zu einem Element  $y$  (aus dem Wertebereich ( $N$ )) steht. Also  $xRy$ . Und was ist die Relation? Ganz einfach, die Funktion beschreibt die Relation. Paare wären also etwa  $\langle 1,2 \rangle$ ,  $\langle 2, 4 \rangle$ ,  $\langle 3,6 \rangle$  usw. Jedes  $x$  muss irgendeinem  $y$  zugeordnet werden, es muss ein Ergebnis geben. Und zwar gibt es für jedes  $x$  nur ein Ergebnis! (Hier unterscheidet sich das ganze etwas zu den komplexeren Funktionen aus der Schule, z.B.  $f(x) = \sqrt{x}$ )  
Schreibweise:  $f : M \rightarrow N$  ( $f$  bildet eine Funktion von  $M$  nach  $N$  ab) oder auch  $f: x \rightarrow y$   
Was links vom Pfeil steht ist Definitionsbereich, was rechts davon steht der Wertebereich.  
Elemente aus dem Wertebereich können „doppelt vergeben“ werden, (vgl.  $f(x) = x^2$ )

### Surjektiv

Wenn jedes  $y$  (min.) einem  $x$  zugeordnet ist.

### Injektiv

Wenn jedes  $y$  max. einem  $x$  zugeordnet ist.

### Bijektiv

Wenn Funktion = surjektiv + injektiv

### Verkettungen

Einfache Anleitung: Wenn du  $f(x)$  und  $g(x)$  verketteten willst, ersetze das  $x$  des Funktionsterms, der links vom Kringel steht durch den Funktionsterm, der rechts vom Kringel steht.

Beispiel:  $f(x) = 2x$  und  $g(x) = x+3$   $f \circ g = f(g(x)) = 2(x+3)$  ( $= 2x + 6$ )

### Direktes Bild

Das direkte Bild zeigt, welches Element oder welche Elemente einer Funktion von verschiedenen Elementen „getroffen“ werden.

$f$  sei  $\{\langle a,1 \rangle, \langle b,1 \rangle, \langle c,3 \rangle\}$  dann wäre  $f[\{a,b\}] = \{1\}$

### Einschränkungen

Es wird eine Funktion  $f: M \rightarrow M$  genommen.  $K$  sei eine Teilmenge von  $M$ . Dann ist  $f \upharpoonright K$  (sprich:  $f$  eingeschränkt auf  $K$ ) alle jene geordneten Paare, die sowohl Element von  $f$  als auch von  $K$  sind.

### Induzierte Partition

Partition, bei der die Bündelung angibt, welche  $x$  einem  $y$  zugeordnet sind. Zu gut deutsch: Alles, was innerhalb der Partition in einer Mengenklammer steht, ist dem gleichen  $y$  zugeordnet.

Beispiel:

$M := \{\langle 1,a \rangle, \langle 2, b \rangle, \langle 3, a \rangle\}$

Induzierte Partition:  $\{\{1,3\}, \{2\}\}$

Nur weil eine Partition keine induzierte Partition ist, ist das egal, wenn es darum geht, zu entscheiden, ob die Partition denn nun wirklich eine Partition ist.

### Umkehrrelationen

Bei einfachen Funktionen reicht es, einfach die Gleichung „umzudrehen“ (aus  $x^2$  wird  $\sqrt{x}$  usw) aber bei Funktionen, die „mehr“ enthalten machen wir folgendes: Wir ersetzen  $f(x)$  durch  $y$  (denn das ist ja das gleiche) und lösen dann zu  $x$  hin auf. Einfach plus, minus, mal, geteilt rechnen, bis nur noch  $x$  ganz nackig und alleine da steht. Dann vertauschen wir  $x$  und  $y$  und nennen das ganze die Umkehrfunktion von  $f(x)$  ( $f^{-1}(x)$  oder  $f^{-1}(x)$ ).

Ein paar Beispiele:

$f(x) = 3x + 4$

$y = 3x + 4$

$$y - 4 = 3x$$

$$(y - 4)/3 = x$$

$$(x - 4)/3 = x$$

$$f^{-1}(x) = (x - 4)/3$$

$$f(x) = \frac{x+2}{3}$$

$$y = \frac{x+2}{3}$$

$$3y = x + 2$$

$$3y - 2 = x$$

$$3x - 2 = x$$

$$f^{-1}(x) = 3x - 2$$