Übungsblatt 1
zur Vorlesung Prinzipien der Spektroskopie

Freitag, 18.10.2019, 12 Uhr in Raum T2-227

Aufgabe 1: Operatoren

In der Quantenmechanik, und somit auch in der Spektroskopie, sind *Operatoren* ein essentielles Hilfsmittel. Sie stellen einen Formalismus dar, der viele Überlegungen und Rechnungen vereinfacht. In dieser Veranstaltung werden wir Operatoren hauptsächlich bei der Einführung in die Quantenmechanik und bei der Beschreibung des Wasserstoffatoms benötigen.

Ein Operator $\hat{O}$ ist eine „Rechenanweisung“. Gegeben seien die Operatoren $\hat{a} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}$, $\hat{b} = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}$ und $\hat{c} = \int \mathrm{d}x$.

(a) Wende die Operatoren $\hat{a}$, $\hat{b}$ und $\hat{c}$ auf die Funktionen $2x^3$, e^{-ikx}, $\sqrt{x}$ und $\tanh(x)$ an.

(b) Wende den Operator $\hat{b}$ auf die Funktion $y(x) = \sin ax$ an. Was ist auffällig an der Lösung? Wie werden der Operator $\hat{b}$ und die Funktion $y(x)$ im Allgemeinen genannt?

Aufgabe 2: Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(a) Bestimme das Skalarprodukt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.
(b) Bestimme das Vektorprodukt der Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$.
(c) Wie groß ist der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$?

Aufgabe 3: Vektoranalysis

Ein häufig genutzter Operator ist der Nabla-Operator ∇. Wie lautet dieser? Was sind physikalische Beispiele für die Nutzung des Operators und wie werden diese durch den Nabla-Operator dargestellt? Löse die folgenden beiden Gleichungen:

$$i) \quad \nabla \cdot \begin{pmatrix} 2x^{-1} + 3y^{1/2} \\ 2y^5 + ln(z^2) \\ ln(x - z) \end{pmatrix} \qquad ii) \quad \nabla \times \begin{pmatrix} x \\ y \cdot \ln(x) \\ xz \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4: Taylor-Reihe

Führe eine Taylor-Näherung für die folgenden drei Funktionen durch und vergleiche sie mit der Euler-Identität. Was kann festgestellt werden?

(a) $\sin(x)$

(b) $\cos(x)$

(c) $e^{i\phi}$